Uma abordagem metodológica utilizando *software* gráfico para o ensino de História da Matemática

Mário Wedney de Lima Moreira[1]

[1]Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – UFC. e-mail: mario.wedney@ifce.edu.br

Resumo: Neste trabalho, foi feito um estudo sobre o desenvolvimento da equação do segundo grau, mostrando as contribuições de diferentes povos. São mostrados como os matemáticos do Egito, da antiga Babilônia, da Grécia, mais recentemente, da Índia e da Europa Medieval, interpretavam e resolviam problemas, envolvendo equações do segundo grau. Foi utilizada a história da Matemática, para estabelecer comparações entre as técnicas geométricas utilizadas pelos povos antigos e as técnicas atuais de resolução de equações quadráticas. Este trabalho foi desenvolvido por meio de uma revisão bibliográfica para mostrar as necessidades, os problemas que motivaram o estudo das equações quadráticas e as contribuições das diferentes culturas nas diferentes épocas, mostrando que é possível buscar na história da Matemática um suporte para estudar Matemática, analisando a evolução histórica do conceito e a contribuição de cada povo. Este artigo traz uma proposta de aplicação prática das novas Tecnologias da Informação e Comunicação na educação (TIC's) através da utilização de um software de geometria dinâmica, cálculo e álgebra chamado GeoGebra, aplicado ao ensino de Matemática. Para isso, haverá uma breve abordagem de uso do GeoGebra sobre o ponto de vista da Aprendizagem Significativa de AUSUBEL e NOVAK, e ainda serão abordados aspectos técnicos e operacionais deste programa seguido de exemplos de construções geométricas e de álgebra de forma prática, assim como propostas de aplicação em sala de aula.

Palavras–chave: educação Matemática, história da matemática, softwares educacionais

1. INTRODUÇÃO

Cada vez mais os professores de Matemática sentem uma necessidade emergente de motivar os alunos para suas aulas de Matemática. Fazer acreditar aos alunos que aprender Matemática pode ser bastante interessante e até mesmo divertido, não é tarefa fácil.

Nesse sentido, a introdução de softwares educacionais no ensino da Matemática representa um instrumento motivador para os alunos, uma vez que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) proporcionam nos jovens certa admiração e motivação.

Assim, o presente artigo surge para relatar uma experiência com a introdução de um software educacional matemático numa sala de aula e também para refletir acerca das conclusões no que diz respeito se as TIC foram ou não uma ferramenta facilitadora da aprendizagem dos alunos. Para tal, este estudo centralizou-se em tópicos como a motivação para aprender história da matemática através do computador, que é ferramenta poderosíssima para o ensino da Matemática.

2. CONTEÚDO DO DESENVOLVIMENTO

2.1 O uso do computador na educação

VALENTE (1997) defende a ideia de que o uso inteligente do computador na educação é aquele que provoca mudanças na abordagem pedagógica vigente ao invés de colaborar com o professor para tornar mais eficiente o processo de transmissão de conhecimento. Existem no mercado diversos softwares que promovem o ensino e nos mostram que a tarefa do professor é passível de ser desempenhada pelo computador com mais eficiência.

A interação entre aluno e computador precisa ser mediada, de forma que o professor deva ter conhecimento do significado do processo de aprendizado através da construção do conhecimento, que entenda sobre o conteúdo de forma profunda o que está sendo trabalhado pelo aluno e que compreenda os potenciais do computador. Esses conhecimentos precisam ser utilizados pelo professor para

ISBN 978-85-62830-10-5
VII CONNEPI©2012

interpretar as ideias do aluno e para intervir apropriadamente na situação de modo a contribuir no processo de construção de conhecimento por parte do aluno (VALENTE, 2002).

VALENTE (1997) coloca que o computador pode ser usado para auxiliar a transformação da escola, mesmo diante dos desafios que essa transformação nos apresenta, essa solução, a longo prazo, é mais promissora e mais inteligente do que usar o computador para informatizar o processo de ensino.

O relato de experiência que abordaremos neste artigo trabalha a construção de uma base empírica, visando o computador como ferramenta em apoio pedagógico à realização de práticas de experimentação científica, de modo a valorizar a aprendizagem significativa de conteúdos de matemática.

Devemos aproveitar o conhecimento prévio dos alunos com as novas tecnologias, dessa forma, o computador não seria um instrumento que requer treino prévio, pois faz parte do cotidiano dos alunos. Portanto, é bastante relevante este ponto de vista da fundamentação teórica para o uso do software, que se encontra inserida na Teoria da Aprendizagem Significativa proposta por AUSUBEL e NOVAK (1983).

A teoria conhecida por Teoria da Aprendizagem Significativa faz parte do princípio que cada indivíduo traz consigo um conhecimento prévio sobre determinado assunto acumulados em sua Estrutura Cognitiva, é fato que os alunos dominam o uso do computador e fazem do contanto com ele uma constante em sua rotina. Então estes conhecimentos prévios sobre o computador deverão receber novos conteúdos que, por sua vez, poderão modificar e dar outras significações àquelas pré-existentes.

Como o próprio autor define o fator mais importante que influi na aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Isto deve ser averiguado e o ensino deve depender (AUSUBEL e NOVAK, 1983). Isso é lógico, que transcende os conhecimentos apenas sobre o computador, envolvendo a partir de então os conteúdos a serem trabalhados no com uso do software.

Utilizaremos um software de matemática dinâmica para utilizar em ambiente de sala de aula, que reúne geometria, álgebra e cálculo. Este software, denominado GeoGebra, recebeu muitos prêmios internacionais incluindo o prêmio de software educativo Alemão e Europeu. Idealizado e criado por Markus Hohenwarterodar na universidade de Salzburg.

Por ser um sistema dinâmico de geometria permite ao construtor que optar por seu uso, fazer construções com pontos, retas, seções cônicas, bem como funções e mudá-los dinamicamente, e ainda equações e coordenadas podem ser inseridas diretamente.

2.2 Uma abordagem histórica da equação do 2º grau

O desenvolvimento da Matemática está ligado a uma sequência de fatos que estão correlacionados entre si. Por mais que temos uma expressão definitiva para a resolução de equações do segundo grau, seria incisivo dizermos que existem muitas pesquisas sobre esta expressão, no intuito de descobrirem novos desenvolvimentos para encontrar as raízes de uma equação deste tipo.

A história da Matemática é uma fundamental área de estudos para o aluno, pois, por meio dela, pode-se compreender a origem das idéias que deram forma ao conhecimento atual, aos problemas e em que circunstâncias eles se desenvolveram. De acordo com BOYER (1974) e PITOMBEIRA (2004), o conceito de equação do segundo grau tem origem na antiguidade. Encontram-se registros de matemáticos do Egito, da antiga Babilônia, da Grécia, da Índia, da Arábia e da Europa Medieval sobre problemas referentes a esse tema.

Apesar da ênfase no enfoque puramente algébrico e simbólico destacados na solução de uma equação quadrática no ensino atual, suas origens revelam um grande conhecimento de técnicas geométricas. O propósito neste artigo é fazer uma analise das técnicas geométricas utilizadas pelos diferentes povos para resolução de equações do segundo grau, utilizando o GeoGebra para a construção dessas figuras e destacar a importância do resgate histórico do aspecto geométrico no estudo das equações do segundo grau.

O nome de Bhaskara dado à resolução da equação do segundo grau estabeleceu-se, no Brasil, por volta de 1960. Essa equação é tratada em outros países como fórmula geral para resolução da equação polinomial do segundo grau, estratégia essa conhecida hámais de quatro mil anos pelos babilônicos.

As principais evidências históricas, envolvendo problemas com equações quadráticas, são encontradas em antigos manuscritos deixados por povos como o Egito, a antiga Babilônia, a Grécia, mais recentemente, a Índia, a Arábia e a Europa Medieval.

Com relação ao povo egípcio, não se tem registro sobre o tratamento da equação do segundo grau, apenas exercícios envolvendo essa equação. Devido a tal fato, historiadores acreditam que este povo dominava algumas técnicas de resolução dessa equação.

De acordo com BOYER (1974), os babilônios foram os primeiros a resolver equações quadráticas, por volta de 4000 anos a.C. No entanto, eles não apenas algumas fórmulas de fatoração e desenvolveram uma aproximação algorítmica para resolver problemas envolvendo equações quadráticas. Essa aproximação algorítmica é citada por muitos historiadores uma raiz positiva, pelo fato de representar um comprimento.

Os babilônios tinham um método todo especial, sem símbolos e fórmulas, para achar dois números cuja soma e o produto são dados. Eles usavam a forma dissertativa para descrever o algoritmo, que envolvia apenas manipulações de dados.

PITOMBEIRA (2004) revela que sobre a Matemática desse povo alguns historiadores sugerem que os escribas babilônios chegaram ao resultado de uma equação do segundo grau, usando raciocínio geométrico. Pesquisas arqueológicas destacam um material achado por volta de 1700 a.C., na época de Hammurabi, o qual mostra que os babilônios resolviam uma grande variedade de problemas desse tipo.

O fato de que a maioria dos problemas, envolvendo equações do segundo grau desenvolvidas por esse povo, nos quais se sabe a soma e produto de dois números desconhecidos, sugere que esses matemáticos procuravam a relação entre o perímetro e as áreas de superfícies retangulares, pois alguns babilônios imaginavam que a área de um terreno dependia somente de seu perímetro. Com isso, muitos que sabiam que não era verdade aproveitavam-se dos que nisso acreditavam.

Alguns séculos mais tarde, os gregos desenvolveram um tratamento geométrico para problemas matemáticos, dentre os quais, a solução de equações quadráticas. Pode-se dizer que o berço da Matemática demonstrativa ocorreu na Grécia. Para os gregos, assim como os babilônios, a álgebra simbólica estava muito longe de ser inventada, por isso, esses matemáticos usavam construções geométricas para estudar determinadas equações. A matemática grega é diferente da Matemática babilônica, embora os gregos reconhecessem que deviam muito à Matemática egípcia e babilônica.

De acordo com ALLAIRE e BRADLEY (2001), as aplicações de áreas têm origem com Pitágoras (572 – 497 a.C.) ou em sua escola. Pitágoras é um dos mais célebres matemáticos da história da Matemática. Dentre seus descobrimentos matemáticos, destaca-se o famoso teorema geométrico, que leva o seu nome. Com relação às equações quadráticas, não existe nenhum documento sobre este tratado, mas acredita-se que Pitágoras e seus discípulos resolveram geometricamente alguns tipos de equações do segundo grau.

Dentre os grandes matemáticos que fazem parte da história da Matemática grega, destaca-se Euclides de Alexandria (~300 a.C.) como um dos que era usado pelos matemáticos daquela época para resolverem equações geometricamente, problemas, envolvendo esse tipo de equações. Segundo NOBRE (2003), a proposição 11, do livro II, dos Elementos de Euclides, é um exemplo de como os gregos resolviam problemas que envolvessem a equação do segundo grau.

Embora a solução geométrica para a equação quadrática tenha surgido como uma maneira de solucionar esse problema, sem a utilização dos cálculos numéricos, não significa que ela deva ser aceita, pois o método apresentado é de difícil compreensão. Essa façanha não significa que os gregos conquistaram o processo simples de resolução desse problema.

Outro povo que contribuiu para encontrar a resolução de uma equação do segundo grau foi o povo hindu. Este povo teve um papel fundamental na resolução da equação quadrática, como a introdução de números negativos no então não trabalhado. A Matemática hindu era feita a partir de problemas reais e cobrada de forma poética.

Ãryabhata (476-550), também conhecido por Ãryabhata I, foi matemático e também astrônomo, escreveu, no ano de 499, seu tratado Ãryabhatiya que contém 118 versos divididos em quatro partes.

Dentre os problemas propostos por Ãryabhata, alguns envolvem equações do segundo grau, porém não fornecem fórmula para tais resoluções.

Outro importante matemático hindu foi Brahmagupta (~598-665?). Ele elaborou um estudo sobre equações do segundo grau mais completo do que Ãryabhata e foi o primeiro matemático a utilizar os números negativos e o zero como um elemento de cálculo. Sobre a equação quadrática, Brahmagupta estudou a fórmula escrita, atualmente conhecida como:

$$ax^2 + bx = c \qquad \text{[Eq. 01]}$$

No mundo árabe, destaca-se Muhammad ibn-Musã al-Khwãrizmi (780-850 d.C.), o qual tinha uma pequena ligação com o povo hindu. Atribui-se a esse, ser o primeiro matemático muçulmano a escrever um livro sobre Álgebra. Esta obra foi registrada como O Cálculo de al-Jabr e al-Muqabala. Nesse livro, al-Khwãrizmi resolve a equação polinomial do segundo grau, dá explicações detalhadas sobre a resolução, além de demonstrá-la geometricamente, utilizando o método de completar quadrados, o qual é diferente daquele utilizado pelos gregos.

A Matemática, na Europa, começou a fortalecer-se com a chegada da Matemática islâmica por meio das Escolas de Tradução. Destacam-se os principais textos escritos por al-Khwãrizmi, os quais foram traduzidos do árabe para latim.

O principal matemático da Europa feudal foi Fibonacci ou Leonardo de Pisa (1170?-1250?), um comerciante italiano, que viajava muito e conhecia a língua árabe.

Fibonacci destaca-se por ser um dos principais matemáticos desse período, através de sua obra Líber Abbaci, que foi um dos marcos do avanço da Matemática europeia. Nessa obra, Fibonacci introduziu, no mundo europeu, o sistema de numeração hindu-arábico, a utilização do número zero como raiz de equações, o método de cálculo com inteiros e frações, o cálculo de raízes quadrada e cúbica e a resolução de equações lineares e quadráticas, tanto pelo método de falsa posição, como por processos algébricos.

Mais tarde, na Europa Renascentista, surge o francês François Viéte (1540 – 1603), que era advogado e, nas horas de lazer, dedicava-se à Matemática, mas sem dúvida, foi na Álgebra sua principal contribuição. Pode-se dizer que foi a partir desse grande matemático que surgiu a Álgebra simbólica.

Viéte introduzira uma vogal para representar uma quantidade desconhecida e uma consoante para uma grandeza ou número supostamente conhecido e foi utilizando esse fato para as funções quadráticas, que elaborou a fórmula geral até hoje conhecida como

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad \text{[Eq. 02]}$$

No século XVII, destaca-se a contribuição de René Descartes (1596–1650). Em seu livro, La Géométrie, Descartes descreveu um método geométrico para a resolução da equação quadrática.

O método geométrico, descrito por esse famoso matemático em seu livro, é semelhante ao que os gregos usavam. Descartes resolveu equações do tipo

$$x^2 = bx + c^2 \qquad \text{[Eq. 03]}$$

$$x^2 = c^2 - bx \qquad \text{[Eq. 04]}$$

$$x^2 = bx - c^2 \qquad \text{[Eq. 05]}$$

A resolução da [Eq. 03] é do seguinte modo:

1. Traçar um segmento de comprimento $\overline{LM}$ de comprimento c.

2. Levantar em L uma perpendicular a $\overline{LM}$ e nesta perpendicular toma-se um ponto N sendo $\overline{LN} = \frac{b}{2}$.

3. Construir uma circunferência de centro N e raio $\overline{LN}$.

4. Construir uma reta, passar por M e N, cruzando a circunferência nos pontos P e O, com $\overline{MO} = x$.

Geometricamente, tem-se:

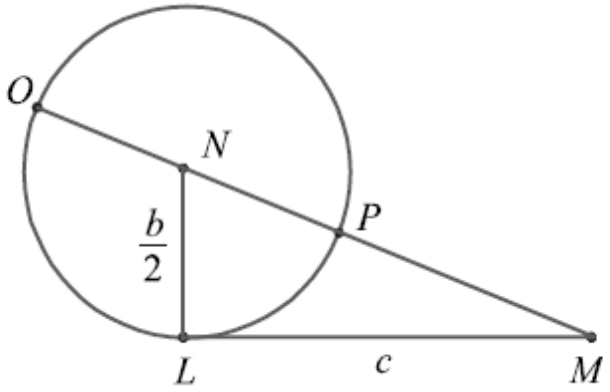

Figura 1 – A construção de Descartes

Pelo teorema de Pitágoras, pode-se encontrar o valor de x em $\overline{MO} = x$. Considerando o triângulo retângulo LMN, tem-se:

$$\overline{MN}^2 = \overline{LN}^2 + \overline{LM}^2 \qquad \text{[Eq. 06]}$$

ou

$$\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c^2 \qquad \text{[Eq. 07]}$$

então,

$$x^2 - bx + \frac{b^2}{4} = \frac{b^2}{4} + c^2 \qquad \text{[Eq. 08]}$$

e

$$x^2 = bx + c^2 \qquad \text{[Eq. 03]}$$

Quando se estuda equação polinomial do segundo grau, geralmente, utiliza-se a representação europeia e a forma de resolução dada pelos hindus. Nesse estudo sobre a origem da equação quadrática, observou-se a preocupação que os matemáticos de diferentes épocas tiveram ao tentar solucionar esse problema. Assim, esta história pode ser considerada um valioso instrumento para o ensino/aprendizado da própria Matemática.

2.3 Metodologia

O GeoGebra tem inúmeras ferramentas que são úteis na produção de figuras para as aulas expositivas e execução de sequências didáticas para conteúdos de Matemática do ensino fundamental e médio.

O GeoGebra tem uma barra de ferramenta com caixas indicando com ícones suas funções que vão desde a construção de pontos, retas, vetores, ângulos, polígonos, círculos, arcos, mediatriz, bissetriz, inserir imagens, inserir texto e muito mais, até um campo de entrada onde pode-se digitar comandos para inúmeras construções inclusive de gráficos. Todas as funções ícones e potencialidades do software GeoGebra podem ser melhor visualizadas com a prática de atividades.

Nossa proposta foi reproduzir a resolução da [Eq. 03] utilizamos o software GeoGebra. Sua interface dispõe de uma janela de álgebra e outra de geometria, em que cada objeto geométrico criado possui uma correspondência algébrica. Por ser um programa de geometria dinâmica, o GeoGebra facilita a investigação dos alunos, que podem movimentar os objetos e acompanhar as variações ocorridas, fazer conjecturas e testá-las, além de relacionar os conteúdos algébricos e geométricos.

Tivemos como público alvo alunos do ensino médio. Para a realização desta atividade foi necessário um laboratório de informática, contendo o software GeoGebra instalado, e um projetor de

multimídia. O objetivo foi auxiliar os alunos na compreensão, através da visualização da construção geométrica e busca da resolução desenvolvida por Descartes mencionada anteriormente.

Foi feita uma descrição geral do GeoGebra e demonstração dos comandos básicos. Este foi um momento de integração com o software.

Para a construção gráfica da Figura 1 tomamos como base a equação

$$x^2 = 3x + 2^2 \qquad \text{[Eq. 08]}$$

e desenvolvidos os seguintes passos:

Trace um segmento de comprimento $\overline{AB}$ de comprimento 2.

Clique na ferramenta "Segmento com Comprimento Fixo" No campo de entrada, clicando em qualquer local do plano cartesiano digite 2 e tecle ENTER. Estará representado o seguimento $\overline{AB}$ de comprimento 2.

2. Levante em A uma perpendicular a $\overline{AB}$ e nesta perpendicular toma-se um ponto C sendo $\overline{AC} = \frac{b}{2}$.

Clique na ferramenta "Reta Perpendicular", clicando nos pontos A e B, respectivamente, teremos uma reta perpendicular ao segmento $\overline{AB}$. Tomemos um ponto C' utilizando a ferramenta "Novo Ponto" pertencente a esta perpendicular, sendo que $\overline{AC'}$ tenha comprimento b, ou seja, comprimento 3. Podemos renomear um ponto com dois cliques sobre ele e logo após em "Propriedades...".

Utilizando a ferramenta "Ponto Médio ou Centro", clique nos pontos A e C', respectivamente. Logo, encontramos o ponto C, sendo que $\overline{AC} = \frac{b}{2}$.

3. Construir uma circunferência de centro C e raio $\overline{AC}$.

Na ferramenta "Círculo dados Centro e Um de seus Pontos" clique em C e A, respectivamente, concluindo assim esta etapa.

4. Construir uma reta, passar por B e C, cruzando a circunferência nos pontos E e D, com $\overline{BE} = x$.

Utilize a ferramenta "Reta definida por Dois Pontos" clicando em B e C, respectivamente. Com a ferramenta "Interseção de Dois Objetos" marque os pontos D e E clicando na interseção da circunferência e da reta. Geometricamente, tem-se:

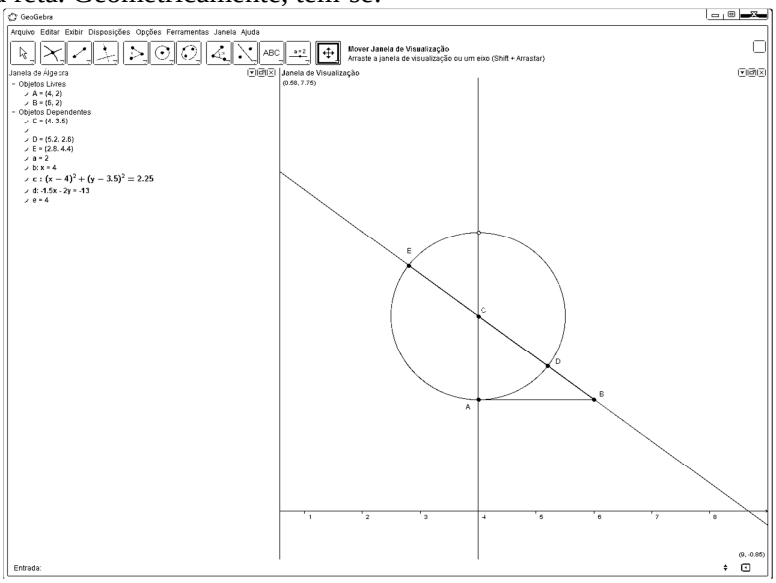

Figura 2 – A construção de Descartes utilizando o GeoGebra

Pelo teorema de Pitágoras, como descrevemos anteriormente, pode-se encontrar o valor de x em $\overline{BE} = x$. Utilizando a ferramenta "Segmento definido por Dois Pontos" clicando em B e em E, respectivamente, encontramos o valor de x na "Janela de Álgebra" que tem por valor 4. Hoje, sabemos que a segunda raiz é $-\overline{BD}$, que teria por valor -1, pois Descartes não considerava a raiz negativa.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

É importante salientar o fato de estar presente no laboratório de informática o professor, pois foi uma oportunidade de aprendizagem para os alunos, onde qualquer problema na utilização do software ou alguma dúvida sobre algum aspecto da atividade era de imediato esclarecido.

No decorrer da atividade alguns alunos utilizaram também papel e lápis para confrontar os resultados que surgiram no software. Foi interessante notar que estes se tornaram independentes aos outros alunos, ao invés de debater com os outros sobre os resultados, preferiam recorrer ao papel.

A utilização das tecnologias na aula de Matemática foi bastante proveitosa pelos alunos, que evidenciaram alguma dificuldade inicial em se adaptar a este tipo de metodologia de trabalho, enquanto que para outros a adaptação ocorreu com uma maior facilidade e naturalidade. Notava-se uma maior motivação por parte dos alunos quando se utilizavam computadores nas aulas de matemática. Os alunos empenhavam-se e estavam motivados para aprender história da Matemática, e isso transpareceu nos resultados finais da disciplina.

Ficou registrado que os alunos querem mudanças e que estão abertos às inovações, haja vista o alto índice de participação da atividade.

Ficou claro também que há uma grande defasagem no conteúdo apresentado em sala de aula, tendo em vista que as atividades desenvolvidas pelo professor em sala têm preocupação excessiva com a teoria em si e os conteúdos não são correlacionados. Obviamente, muitos professores não têm habilidade para utilizar a ferramenta tecnológica mais adequada ao conteúdo a ser trabalhado.

Conforme FORQUIM (1993, p. 74) percebemos que as modificações no currículo tornaram-se inevitáveis pelas mudanças tecnológicas do mundo moderno e, no entanto, os professores se limitam a trabalhar os conteúdos sem modificar suas metodologias e a própria sequência desses.

A atividade que trabalhamos em sala de aula nos mostra que se buscarmos alternativas para ampliar a capacidade de ensinar, também alcançaremos a possibilidade de um melhor aprendizado.

Os encontros realizados para a atividade nos possibilitaram discussões com os alunos, a ligação das tecnologias discutidas ao conteúdo específicos foi de grande utilidade. Ressaltou-se a importância das ferramentas em analises e exploração dos conteúdos. A aplicação dos conhecimentos, adquiridos durante a atividade possibilitou ampla discussão sobre os pontos positivos e negativos na utilização da tecnologia.

É fundamental que tenhamos em mente de que é necessário não só conhecer a tecnologia, mas ser capaz de modificar o espaço escolar e inovar o processo de ensino e aprendizagem, conforme nos diz FIORENTINI (1995): se a tecnologia nos domina, caminhamos na direção contraria da dependência dela. A tecnologia é importante, mas sempre é um instrumento.

CONCLUSÕES

Ao conhecer um pouco da história da Matemática, percebe-se que as teorias que aparecem hoje, de forma compreensível e fácil, são resultados de desafios enfrentados por matemáticos e foram desenvolvidos com grande esforço.

Foi possível observar que os babilônios, em se tratando de equações quadráticas, tinham soluções puramente algébricas para resolverem problemas desse tipo, o estilo para encontrar a solução era algorítmico. Enquanto os gregos tiveram soluções geométricas, porém complexas e de difícil compreensão. Uma justificativa para esse fato era que os gregos não tinham um sistema de numeração bem definido.

Já os árabes apresentaram uma abordagem diferente para o tratamento de soluções de equações do segundo grau, ampliando os horizontes entre a Álgebra e a Geometria. Esses matemáticos

revelaram-se hábeis em articular a abordagem geométrica utilizada pelos gregos e a abordagem algébrica empregada pelos babilônios. Deve-se aos árabes tal audácia de demonstrar algebricamente e, logo em seguida, geometricamente, a resolução da equação polinomial do segundo grau.

Aos europeus coube a parte de aprimorar essa técnica, fornecida pelos árabes, desenvolver a álgebra simbólica, até então totalmente descritiva e utilizar os números negativos como possíveis raízes de uma equação quadrática, fato esse que não era considerado pelos outros povos.

Por meio deste estudo conclui-se que é possível utilizar a história da Matemática para estudar Matemática, e em particular, a equação do segundo grau, focalizando o aspecto geométrico e analisando a evolução histórica do conceito e a contribuição de cada povo, em diferentes épocas.

Muitos são os tópicos matemáticos que podem ser explorados com os diferentes recursos do GeoGebra, assim como se percebe que depois de algum tempo de uso deste recurso, as aulas com o software se tornam muito produtivas desde que o professor tenha o domínio do conteúdo e que os aspectos operacionais do software são problemas de segundo plano. O GeoGebra é uma excelente sugestão para práticas com a Matemática fazendo uso dos recursos tecnológicos, dando também uma opção de uso dos laboratórios de informática da escolas que andam fechados e ociosos.

REFERÊNCIAS

ALLAIRE, P. R.; BRADLEY, R. E. ***Geometric approaches to quadratic equations from other times and places***. Mathematic Teacher, v. 94, n. 4, 2001.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D., HANESIAN, H. **Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo**. México: Trillas, 1983.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1974.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil**. Zetetikê, Campinas, v. 3, n. 4, 1995.

FORQUIN, J. **Escola e Cultura: As bases sociais e epistemológicas do conhecimento escolar**. Porto Alegre: ARTMED, 1993.

PITOMBEIRA, J. B. **Revisitando uma velha conhecida**. Departamento de Matemática, PUC-Rio, 2004.

VALENTE, J. A. **O uso inteligente do computador na educação**. Pátio Revista Pedagógica. Editora: Artes Médicas Sul, ano 1, no 1, 1997.

_____. A. **A espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e da Comunicação: repensando conceitos**. Em: JOLY, M. C. Tecnologia no ensino: implicações para a aprendizagem. São Paulo, 2002.