



## Estudo da localização de maternidades em Sergipe através de simulação Monte Carlo

João Batista dos Santos-Filho<sup>1</sup>, Tatiana Santos de Araujo Batista<sup>2</sup>, José Carlos Rodrigues Oliveira<sup>3</sup>, Maria Letícia da conceição silva<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe, Campus São Cristóvão. e-mail: joaofilho9000@gmail.com

<sup>2</sup>Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe, Campus Aracaju. e-mail: tatiana.araujo@ifs.edu.br

<sup>3</sup>Aluno do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe, Campus Lagarto. e-mail: jcro1986@yahoo.com.br

<sup>4</sup>Aluna do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe, Campus São Cristóvão. e-mail: leticia19962011@gmail.com

**Resumo:** Técnicas computacionais para posicionamento geográfico de serviços de utilidades pública têm tido um constante desenvolvimento ao longo das últimas décadas. Esta tecnologia é importante para o planejamento estratégico não somente no setor público como também no setor privado. Neste trabalho desenvolvemos um software com a finalidade de escolher n cidades entre as 75 cidades do Estado de Sergipe para instalação de serviços de utilidades de forma que o custo do deslocamento da população a essas seja o mínimo. O programa utiliza os dados demográficos e rodoviários de Sergipe e método de Simulação Monte Carlo, em particular o clássico algoritmo de Glauber. Este problema é tratado de forma análoga ao sistema de Spins de Ising, onde cada cidade possui apenas dois estados possíveis com ou sem o serviço. Com isso o algoritmo busca a melhor solução considerando uma parcela específica da população dependendo do público alvo do serviço. Os resultados encontrados mostraram o correto funcionamento do programa e robustez da técnica de simulação Monte Carlo.

**Palavras-chave:** simulação Monte Carlo, localização de facilidades, sistemas complexos

### 1. INTRODUÇÃO

A implantação de um serviço de utilidade pública exige um considerável estudo da demanda e a escolha adequada de sua localização. Uma má escolha pode afastar o serviço do seu público alvo, tornado o sucesso do empreendimento mais difícil. A escolha errada da cidade para implantação de um curso técnico, por exemplo, pode aumentar o custo do transporte escolar, e possivelmente uma redução da demanda pelo serviço. Apesar de existirem diferentes formas computacionais para otimizar essas escolhas, muitas vezes ela ocorre de forma empírica.

Um dos métodos muito utilizados para posicionamento de utilidades é o algoritmo genético (CORRÊA, 2000), que utiliza o princípio da evolução das espécies para a escolha da melhor solução, ou seja, minimizar a função custo. Neste trabalho, contudo, para minimizar o custo de deslocamento da população foi utilizado um método muito utilizado em física estatística conhecido como Método de Monte Carlo (Reuven, 2011).

Este método existe antes mesmo do surgimento do computador, mas sua utilização ganhou notoriedade como o desenvolvimento da computação (ADACHI, 1970). Atualmente ele é muito utilizado em Física, Econômica, Biologia, Sociologia, Engenharia Eletrônica, Computação Gráfica, Engenharia Mecânica, entre outros.

Neste trabalho, o método de Monte Carlo foi aplicado a um modelo matemático específico com a finalidade de obter a melhor localização possível para implantações de serviços no estado de Sergipe, levando em consideração fatores como a distância, e o público alvo do serviço.

Apesar de termos estudado o caso específico do estado de Sergipe ele funcionará bem em qualquer situação desde que sejam utilizados os dados adequados.

### 2. MODELO E SIMULAÇÃO

O modelo utilizado baseia-se em um grafo não orientado interligando todos os municípios do estado de Sergipe. Cada nó do grafo representa uma cidade e os laços representam as distâncias entre elas. A construção do modelo envolve a elaboração de uma base de dados associando todos os vértices

ISBN 978-85-62830-10-5

VII CONNEPI © 2012



do grafo ao ponto central da cada município, esse grafo foi constituído de um total de 75 vértices. Para o correto funcionamento do programa foi necessário construir uma matriz com as distâncias entre todas as cidades. Para isso foi utilizado um grafo com somente as distâncias entre todas as cidades vizinhas e utilizando o algoritmo de Dijkstra (SARMENTO, 1983), obteve-se todos os valores, ou seja, uma matriz de distância com 75 x 75 células. Outro dado necessário foi informações demográficas sobre a população das 75 cidades de Sergipe que foi obtida do Censo 2010. Uma vez tendo os dados necessários armazenados em um banco de dados, expressou-se matematicamente o problema do custo da localização de n serviços pela seguinte equação:

$$C = \sum_{i=1}^n D(S_i) P(S_i) \quad (1)$$

Onde  $D(S_i)$  representa a distância entre a cidade  $S_i$  e a cidade mais próxima que possui o serviço.  $P(S_i)$  representa a fatia da população do município que representa o público alvo do serviço.

Para localização dos mínimos da função de custo utilizou-se simulação Monte Carlo por amostragem de importância. Foi aplicado o algoritmo de Glauber devido à similaridade do problema em questão com o problema de spins de Ising. Na simulação são geradas configurações sucessivas, partindo de uma configuração inicial aleatória, usando uma probabilidade de transição que depende da diferença entre o custo  $C$  da configuração inicial e da configuração final. A sucessão de configurações produz uma cadeia de Markov, isto é, gera-se cada nova configuração diretamente da configuração precedente. Dessa forma, se uma configuração  $n$  foi gerada de uma  $m$ , a probabilidade de transição será a razão das probabilidades individuais (Equação (2)). Continuando a analogia com o sistema clássico de Ising no ensemble canônico temos que a probabilidade do estado  $n$  é determinada pela Equação (3)

$$\frac{W_{n \rightarrow m}}{W_{m \rightarrow n}} = \frac{P_n(\mathcal{I})}{P_m(\mathcal{I})} \quad (2)$$

$$P_N(\mathcal{I}) = \frac{e^{-\beta \mathcal{E}_N}}{Z} \quad (3)$$

Onde  $\beta$  é uma constante, que na simulação varia de 0,01 a 1. O Algoritmo Glauber pode ser assim resumido:

1. Escolhe-se uma configuração inicial aleatória;
2. Escolhe-se uma cidade com o serviço e outra sem;
3. Troca-se o serviço entre as cidades
4. Calcula-se a variação do custo de deslocamento na nova configuração;
5. Gere um número aleatório  $r$  tal que  $0 < r < 1$
6. Caso  $r > W_{n \rightarrow m}$  aceite a nova configuração;
7. Volte ao passo (2);

Para o algoritmo de Glauber  $W_{n \rightarrow m}$  é dado pela seguinte equação:

$$W_{n \rightarrow m} = \frac{e^{-\Delta C}}{e^{-\Delta C} + 1} \quad \text{em que} \quad \Delta C = C_m - C_n \quad (4)$$

Depois de um número  $N$  de tentativas as configurações oscilam dentro de algum mínimo da função de custo. Selecionamos a configuração mínima e repetimos o teste para várias configurações iniciais aleatórias. Analisamos o maior número possível de mínimos locais garantindo assim a confiabilidade dos resultados.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na figura 1 está apresentada a interface gráfica do software de Simulação Monte Carlo utilizado para determinar as melhores cidades de Sergipe para instalação de serviços de utilidades públicas (escolas, hospitais, maternidades, etc...) de forma a minimizar o deslocamento de pessoas considerando uma demanda específica. O software foi desenvolvido com uma interface intuitiva e o resultado é apresentado diretamente no mapa. Através de controles laterais é possível selecionar características do público alvo do serviço como sexo e localização do domicílio (zona rural ou zona urbana).

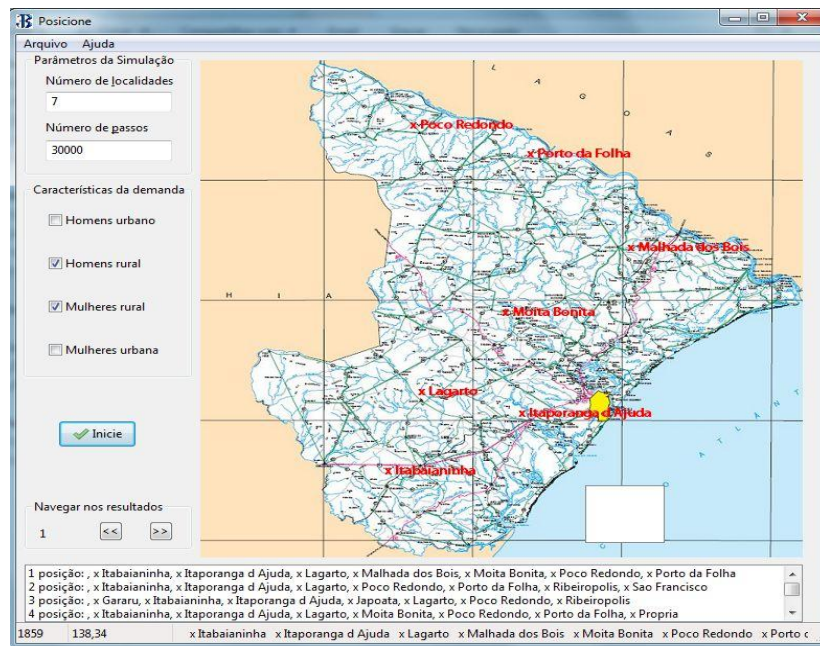


Figura 1- Interface gráfica do software desenvolvido para posicionamento de serviços.

Na figura 2 está apresentado o diagrama de fluxo de dados do programa. No fluxograma percebe-se a existência de quatro módulos principais. O módulo 1 é responsável por selecionar os dados de acordo com a especificação da demanda (Sexo e localização do domicílio) e assim criar a mostra inicial a ser simulada. No módulo 2 ocorre a simulação e as combinações são testadas. No módulo 3 os melhores resultados da simulação são guardados. O módulo 4 apenas exhibe os melhores resultado na tela.



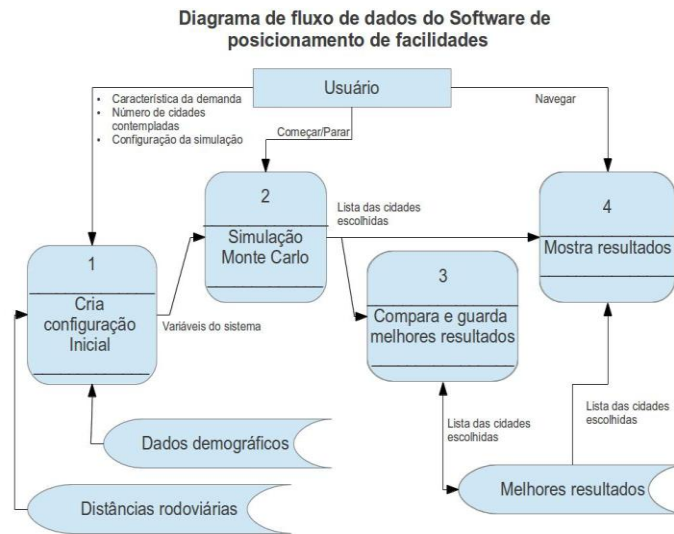


Figura 2- Diagrama de fluxo de dados do programa.

Na figura 3 está apresentado o custo de cada configuração pelo qual o sistema passa durante a simulação para diferentes valores de  $\beta$ . Observa-se que para  $\beta = 1$ , apesar do sistema chegar rapidamente para um nível de custo baixo a simulação fica presa neste nível não excursionando por outros estados possíveis, para  $\beta = 1/15$  o sistema percorre rapidamente para um mínimo e continua percorrendo outros estado, já para  $\beta = 1/50$  o sistema percorre quase todos os estado possíveis chegando também a um estado de mínimo. Nesse gráfico observa-se com clareza a função do parâmetro  $\beta$  no comportamento da simulação, este parâmetro funciona como peso para determinar se uma nova configuração deve ou não ser aceita. Quanto menor o valor de  $\beta$  mais provável que uma nova configuração seja aceita. Para valores grandes de  $\beta$ , o sistema pode de ficar preso em um mínimo local e não atingir o mínimo global. Para um valor de  $\beta$  muito pequeno o sistema pode aceitar todas as configurações e nunca chegar ao valor de mínimo global. Dessa forma o valor adequado de  $\beta$  deve ser um número intermediário.

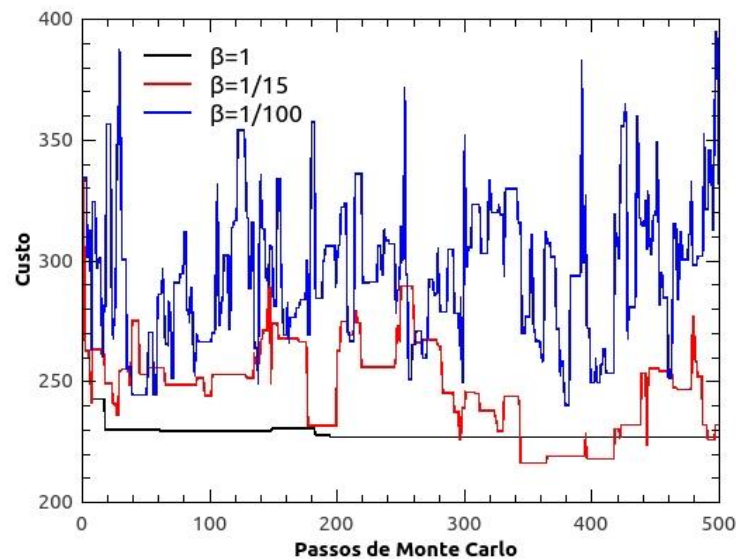


Figura 3- Custo de cada configuração que o sistema percorre a cada passo de Monte Carlo para diferentes valores de  $\beta$ .

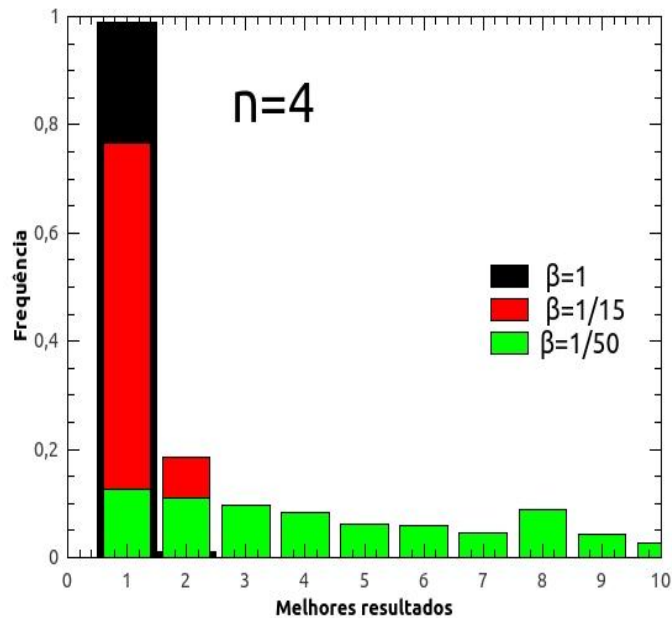


Figura 4- Frequência em que a simulação chega aos mínimos da função custo para diferentes valores de  $\beta$ .

Na figura 4 observa-se o histograma para diferentes valores de  $\beta$  dos melhores resultados de 2000 amostras com 30.000 passos de Monte Carlo cada. Observa-se que para  $\beta = 1$  mais de 90 % das amostras atingiram o mesmo mínimo, para  $\beta = 1/15$  a maioria das amostras atingiram o menor mínimo. Para  $\beta = 1/50$  as amostras atingiram mínimos diferentes de forma equilibrada. Como é interessante encontrar diferentes mínimos da função custo, estudou-se o sistema com um valor de  $\beta$  pequeno, pois assim pode-se observar os diferentes mínimos locais da função custo.

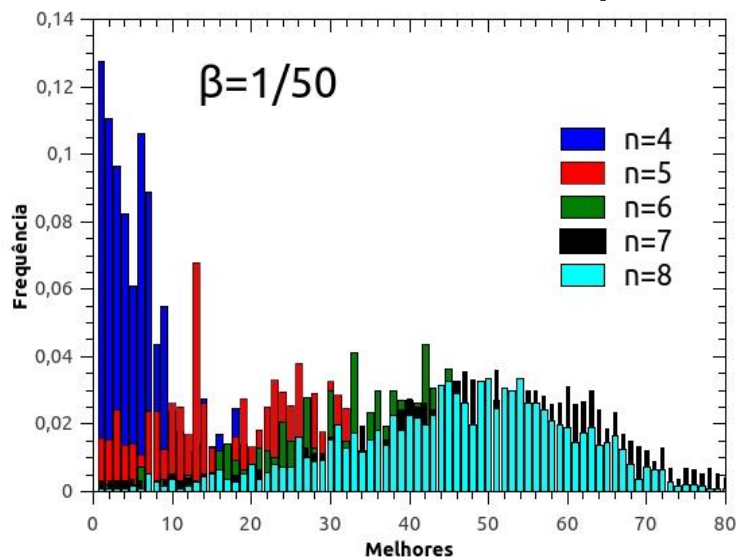


Figura 5- Frequência em que a simulação chega aos mínimos da função custo para diferentes valores de n.



Observa-se na Figura 5 o histograma para diferentes valores de  $n$  dos melhores resultados de 2000 amostras com 30.000 passos de Monte Carlo cada. Observa-se que ao se aumentar o número de cidades a ser escolhida a frequência do melhor resultado diminui. Levando a concluir que com o aumento  $n$  é necessário aumentar o valor de  $\beta$  para equilibrar a probabilidade de se atingir o melhor resultado.

#### 4. CONCLUSÕES

Os resultados alcançados mostram que o método de Monte Carlo é eficiente para localizar mínimos de uma função custo que envolva distâncias e população. Também se verificou a importância do parâmetro  $\beta$  para a obtenção das melhores configurações.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao PIBIC/PROPEX/IFS.

#### REFERÊNCIAS

- ADACHI, K.; SATO, K.; MATSUURA, M.; OHASHI, M. J. Phys.Soc.Jpn. 29, 323 (1970).  
BAILLIE, C. F.; CODDINGTON, P.D., Phys. Rev. B43, 10617 (1991).  
CORRÊA, E. S. **Algoritmos Genéticos e Busca Tabu Aplicado ao Problema de P-medianas**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná-UFPR, Curitiba (2000).  
Reuven Y. Rubinstein, Dirk P. Kroese ; Simulation and the Monte Carlo Method (2011)  
SARMENTO, E. F.; TSALLIS, C. Phys. Rev. B, 27, 9, (1983).